



PT2. Modelización y simulación de procesos de compactación

Entregable 2.1

Planteamiento, calibración y validación de modelos

Financiado por:



1. Introducción

La modelización del comportamiento de los materiales en respuesta a cargas es un aspecto fundamental en ingeniería y ciencias de los materiales, especialmente para aquellos que presentan comportamientos no lineales o complejos bajo condiciones de compresión. Entre los diversos modelos matemáticos existentes para simular este tipo de comportamientos, el modelo de comportamiento Drucker-Prager Cap se ha consolidado como una opción versátil y aplicable a una amplia gama de materiales, incluyendo suelos, rocas y otros materiales granulares o pulverulentos.

Para llevar a cabo una evaluación precisa del modelo Drucker-Prager Cap, se han diseñado experimentos que permiten observar el comportamiento de los materiales bajo diferentes condiciones de carga. Estos experimentos han sido fundamentales para calibrar los parámetros del modelo. Mediante esta calibración, ha sido posible adaptar el modelo a las características particulares del material pulverulento analizado.

2. Modelo de comportamiento Drucker-Prager Cap

El modelo de material empleado en este trabajo es una adaptación del modelo DPC. Este modelo es ampliamente reconocido como el más adecuado para describir el comportamiento mecánico del polvo durante su compactación, ya que permite representar con precisión las distribuciones de tensiones, desplazamientos y densidades en el lecho de polvo durante la conformación. Como base, se ha utilizado la versión disponible en el software comercial ABAQUS®, la cual se ha modificado introduciendo una dependencia de los parámetros del modelo con respecto a la deformación plástica volumétrica, que a su vez está relacionada con la densidad del material. Esta modificación se ha implementado mediante una subrutina de usuario (USDFLD) de ABAQUS®, permitiendo que los parámetros evolucionen conforme avanza la solución.

Como se muestra en la Figura 1, la superficie de fluencia del modelo DPC está compuesta por tres superficies: una superficie cónica de cizalladura (similar a la utilizada en el criterio de fluencia clásico de Drucker-Prager), una superficie elíptica denominada "cap" y una superficie de transición que conecta las dos anteriores, suavizando la transición y evitando problemas numéricos.

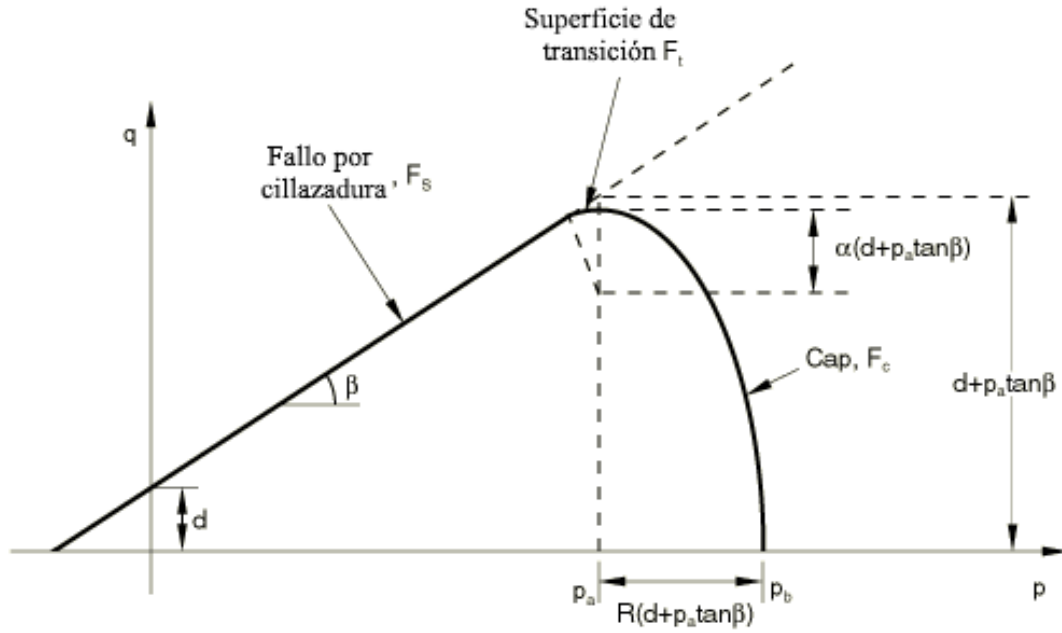


Figura 1: Diagrama p-q del modelo modificado de Drucker-Prager Cap

En consecuencia, la condición de fluencia está definida por las tres ecuaciones mostradas a continuación: $F_s(p,q)$, $F_c(p,q)$ y $F_t(p,q)$ donde las subíndices representan la superficie de cizalladura, el “cap” y la superficie de transición, respectivamente.

$$F_s(p, q) = q - \tan(\beta)p - d = 0 \quad (1)$$

$$F_c(p, q) = \sqrt{(p - p_a)^2 + \left[\frac{R \cdot q}{1 + \alpha - \alpha/\cos \beta} \right]^2} - R(d + p_a \tan \beta) = 0 \quad (2)$$

$$F_t(p, q) = \sqrt{(p - p_a)^2 + \left[q - \left(1 - \frac{\alpha}{\cos \beta} \right) (d + p_a \tan \beta) \right]^2} - \alpha(d + p_a \tan \beta) = 0 \quad (3)$$

Donde p y q son la presión hidrostática y el esfuerzo equivalente de Von Mises, respectivamente. ABAQUS® implementa una regla de flujo plástico asociada en la superficie del “cap” (G_c) y una regla de flujo no asociada (G_s) en las superficies de cizalladura y transición, tal como se describe en las ecuaciones

$$G_c(\sigma) = \sqrt{(p - p_a)^2 + \left[\frac{R \cdot q}{1 + \alpha - \alpha/\cos \beta} \right]^2} \quad (4)$$

$$G_s(\sigma) = \sqrt{[(p - p_a) \tan \beta]^2 + \left[\frac{q}{1 + \alpha - \alpha/\cos \beta} \right]^2} \quad (5)$$

Así, el modelo DPC queda completamente definido a través de cinco parámetros constitutivos que influyen en la condición de fluencia expresada en las ecuaciones (1)-(3): la cohesión del material d y el ángulo de fricción β , que definen la superficie de cizalladura; la excentricidad del “cap” R y la presión de evolución p_a (o alternatively, la presión hidrostática de fluencia p_b , como se muestra en la Figura 1) para caracterizar la forma y posición del “cap”; y el parámetro α que controla la transición entre el “cap” y la superficie de cizalladura.

La modificación introducida en el modelo implica la evolución de los parámetros a lo largo del proceso de compactación. Este cambio en los parámetros plásticos, que ocurre durante la deformación plástica, se conoce como “endurecimiento” y en este estudio se relaciona directamente con la densidad aparente del material.

Por otro lado, la densidad aparente del material está vinculada a una variable interna característica de cualquier modelo elastoplástico, conocida como deformación plástica volumétrica, ε_p^V , que refleja el cambio de volumen en el material asociado a la deformación plástica. De este modo, se puede establecer una relación entre la densidad aparente del material y ε_p^V a través de la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_p^V = \ln \frac{\rho}{\rho_0} \quad (6)$$

donde ρ y ρ_0 representan la densidad aparente actual e inicial (la correspondiente a una deformación plástica volumétrica de 0), respectivamente.

3. Procedimiento Experimental

En esta sección se detalla el proceso experimental seguido para determinar las propiedades físicas de un lecho de polvo durante su conformación, así como los materiales y equipos empleados.

3.1. Materiales y Equipo

A continuación se enumeran los materiales y equipos utilizados para la calibración del modelo.

3.1.1. Material pulverulento

El material utilizado en el estudio fue un polvo atomizado estándar comúnmente empleado en la producción de gres porcelánico. Durante su caracterización, la humedad del polvo, medida

sobre base seca, fue del 6,5%. La Figura 2 muestra la distribución del tamaño de las partículas del polvo.

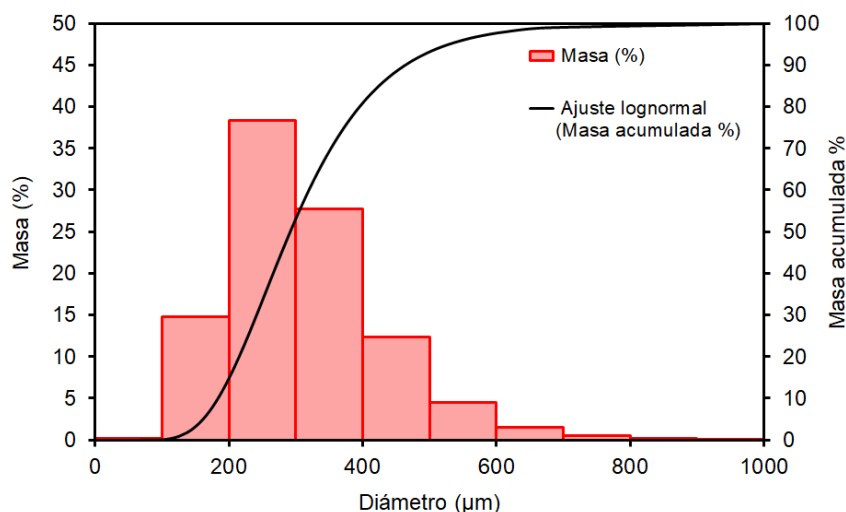


Figura 2. Distribución del tamaño de los gránulos del polvo utilizado.

3.1.2. Molde instrumentalizado para caracterizar el polvo atomizado

En la Figura 3 se presenta el molde instrumentalizado que se utilizó en este estudio para la caracterización de las propiedades mecánicas del polvo a través de un ensayo oedométrico. Este ensayo permite medir la compresibilidad y la deformación del polvo bajo una carga vertical progresiva. El procedimiento se divide en dos etapas: una fase de carga, durante la cual la carga vertical se incrementa gradualmente, y una fase de descarga, en la que dicha carga se reduce.

El molde empleado para el ensayo está fabricado en acero al carbono y cuenta con un vástago lateral por el que se transmite la fuerza radial que el polvo ejerce contra las paredes del molde durante el proceso de prensado. La estructura de contención posee un orificio pasante donde se coloca una célula de carga radial que mide la presión lateral generada por el polvo. Gracias a este diseño, se logró registrar simultáneamente la presión axial aplicada sobre el polvo y la presión radial ejercida por el mismo sobre las paredes del molde.

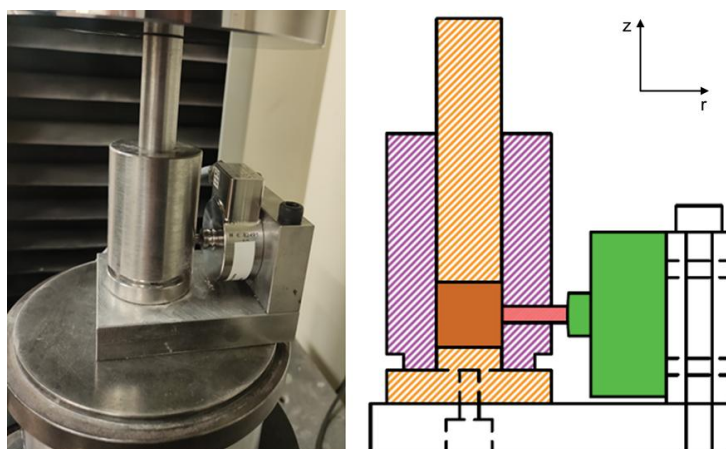


Figura 3. Molde instrumentalizado utilizado para el calibrado del modelo.

3.1.3. Molde flotante para el conformado de probetas cilíndricas

En la Figura 4 se muestra el molde de matriz flotante utilizado en este estudio para la fabricación de probetas cilíndricas, que se emplearon en la calibración del modelo. Este molde, fabricado en acero al carbono, está compuesto por un punzón superior, encargado de transmitir la fuerza axial de la prensa al polvo, y una matriz de contención flotante que está conectada a la base mediante unos resortes. El propósito de la matriz flotante es reducir al mínimo la fricción generada por las paredes del molde sobre el polvo. De esta manera, es posible obtener probetas cilíndricas con una relación altura/diámetro superior a 2 y con una densidad uniforme, lo cual es fundamental para realizar ensayos de compresión uniaxial.

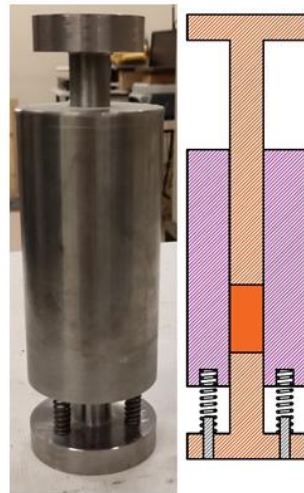


Figura 4. Molde flotante utilizado para prensar probetas de alta relación de aspecto.

3.1.4. Máquina de ensayos universales

Para registrar los datos experimentales durante los ensayos de prensado y rotura, se empleó una máquina de ensayos universales INSTRON 5889, como se muestra en la Figura 5. Esta máquina estaba equipada con células de carga de 200 kN tanto en la parte superior como en la inferior del molde, lo que permitió monitorizar la presión axial ejercida por el equipo sobre el polvo y las probetas conformadas a lo largo del proceso experimental. En todos los ensayos, la velocidad de desplazamiento del pistón se mantuvo constante en 0,035 mm/s.



Figura 5. Máquina de ensayos universales Instron 5889 empleada en los procedimientos de calibración.

3.2. Identificación de parámetros del modelo

3.2.1. Parámetros de la superficie de fallo por cizalladura

La superficie de fallo por cizalladura se define en el plano p-q mediante la Ecuación (1), cuyos parámetros principales son β y d , que corresponden al ángulo de fricción y la cohesión del material, respectivamente. Estos parámetros se obtienen a partir de los ensayos de compresión diametral y compresión uniaxial.

El ensayo de compresión diametral consiste en aplicar una fuerza de compresión sobre una probeta cilíndrica en la dirección radial. A partir de este ensayo, se determina la resistencia a la tracción radial (σ_t) de la probeta, utilizando la fuerza máxima de compresión alcanzada justo antes de la fractura de la misma, mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_t = \frac{2F_t}{\pi D h} \quad (1)$$

donde F_t es la fuerza de aplastamiento, y D y h representan el diámetro y el espesor de la probeta, respectivamente.

El ensayo de compresión uniaxial, por su parte, consiste en aplicar una fuerza de compresión sobre una probeta cilíndrica en dirección axial. A través de este ensayo se obtiene la resistencia a la compresión axial (σ_c) que se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_c = \frac{4F_c}{\pi D^2} \quad (2)$$

donde F_c es la fuerza máxima de compresión axial, obtenida justo antes de la fractura de la probeta. Con los valores de σ_t y σ_c es posible determinar β y d utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\beta = \tan^{-1} \left[\frac{3(\sigma_c - \sqrt{13}\sigma_t)}{\sigma_c - 2\sigma_t} \right] \quad (3)$$

$$d = \frac{\sigma_c \sigma_t (\sqrt{13} - 2)}{\sigma_c - 2\sigma_t} \quad (4)$$

Se realizaron un total de 4 ensayos de compresión uniaxial y 4 de compresión diametral, utilizando probetas con un diámetro de 200 mm y espesores de 8 mm y 400 mm, respectivamente. Las probetas fueron previamente conformadas aplicando cuatro presiones máximas diferentes: 8, 22, 250, 500 kgf/cm². Dada la variabilidad habitual en este tipo de ensayos, se llevaron a cabo 3 repeticiones del ensayo de compresión uniaxial y 10 repeticiones para el ensayo de compresión diametral.

3.2.2. Parámetros de la superficie de fluencia “cap”

Para definir la superficie de fluencia del “cap” es necesario determinar 4 parámetros: la excentricidad, R ; la presión de evolución, p_a ; la presión hidrostática de fluencia, p_b y la región de transición α . Habitualmente, α se encuentra en un rango de 0,01 a 0,05, y en este estudio se ha fijado en 0,03. Los otros parámetros se pueden determinar a partir de los datos obtenidos en un ensayo oedométrico durante la compresión del lecho de polvo, utilizando las siguientes ecuaciones [13]:

$$R = \sqrt{\frac{2(1 + \alpha - \alpha/\cos\beta)^2}{3q_0}}(p - p_a) \quad (5)$$

$$p_a = -\frac{[3q + 4d\tan\beta(1 + \alpha - \alpha/\cos\beta)^2]}{4[\tan\beta(1 + \alpha - \alpha/\cos\beta)]^2} + \frac{\sqrt{9q^2 + 24dq\tan\beta(1 + \alpha - \alpha/\cos\beta)^2 + 8(3pq + 2q^2)[\tan\beta(1 + \alpha - \alpha/\cos\beta)]^2}}{4[\tan\beta(1 + \alpha - \alpha/\cos\beta)]^2} \quad (6)$$

$$p_b = p_a(1 + R\tan\beta) + Rd \quad (7)$$

Donde la presión hidrostática y la tensión equivalente de Von Mises se determinan con las siguientes ecuaciones, teniendo en cuenta que el ensayo se realiza con un molde cilíndrico:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_z + 2\sigma_r) \quad (8)$$

$$q = |\sigma_z - \sigma_r| \quad (9)$$

donde σ_z y σ_r son la tensión radial y axial ejercida sobre el polvo durante el ensayo oedométrico.

Los ensayos oedométricos se realizaron a 4 presiones máximas distintas: 8, 22, 250 y 500 kg/cm² y por duplicado.

3.2.3. Parámetros elásticos

Dado que el modelo DPC es isotrópico y se asume que el material obedece una ley de elasticidad lineal, es necesario caracterizar únicamente dos parámetros elásticos: el módulo de Young E y el coeficiente de Poisson ν . Estos parámetros se pueden obtener mediante un ensayo oedométrico, en el que se analiza su variación en función de la densidad aparente del material. Esta caracterización se realiza a partir de las curvas de descarga correspondientes a la relación entre tensión axial/radial y tensión/deformación axial, utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d\sigma_z}{d\sigma_r} = \frac{1 - \nu}{\nu} \quad (10)$$

$$\frac{d\sigma_z}{d\varepsilon_z} = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (11)$$

Donde $d\sigma_z$, $d\sigma_r$ y $d\varepsilon_z$ representan los incrementos de tensión axial, tensión radial y deformación axial durante la fase de descarga.

Los parámetros elásticos se calcularon a partir de los datos obtenidos en los ensayos oedométricos, que se llevaron a cabo para determinar la superficie de fluencia "cap" (ver Sección 3.2.2).

4. Resultados y discusión

4.1. Obtención de los parámetros de la superficie de fallo por cizalladura

Los parámetros correspondientes a la superficie de fallo por cizalladura se determinaron siguiendo el procedimiento descrito en la Sección 3.2.1. La figura 6 muestra los resultados de la caracterización después de ensayar todas las probetas preparadas para los ensayos de compresión uniaxial y diametral.

En la figura 7 se presentan las resistencias mecánicas obtenidas mediante las ecuaciones (7) y (8) para ambos tipos de ensayo de compresión, en función de la densidad aparente. Esta densidad se determinó mediante un análisis dimensional de las probetas de 400 mm de espesor y mediante el método de inmersión en mercurio en las probetas de 8 mm de espesor. Como se puede observar, la resistencia mecánica uniaxial es mayor que la resistencia radial en todos los casos.

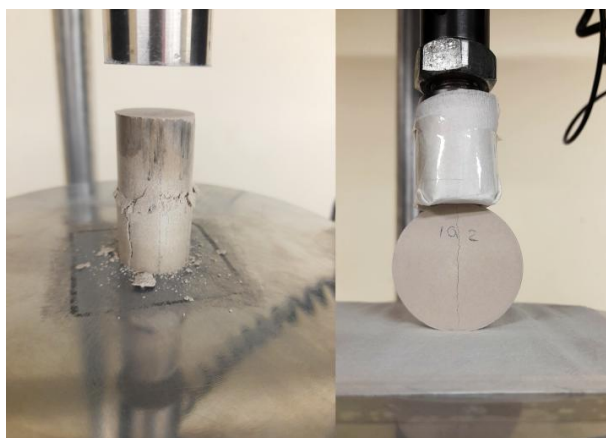


Figura 6. Estado de dos probetas de gres porcelánico tras el ensayo de compresión uniaxial (izquierda) y tras el ensayo de compresión diametral (derecha).

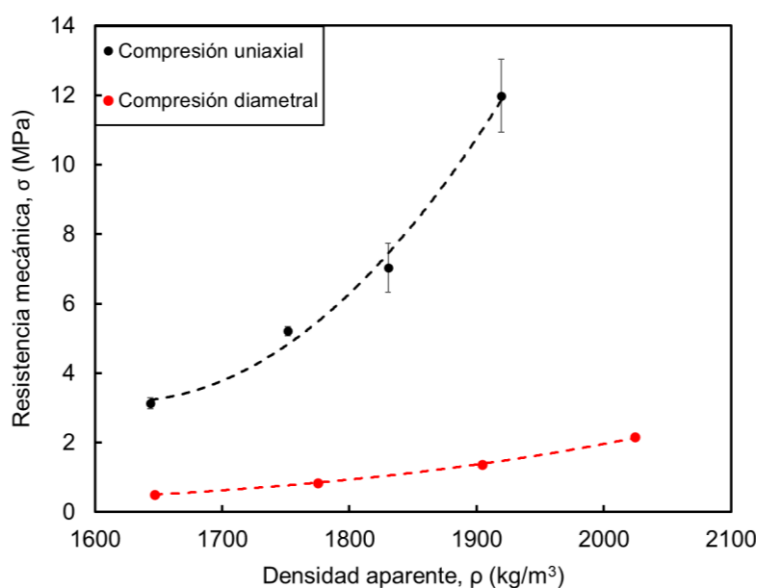


Figura 7. Resistencia mecánica del polvo atomizado, en función de la densidad aparente, obtenida mediante los ensayos de compresión uniaxial y diametral.

4.2. Obtención de los parámetros de la superficie de fluencia "cap"

Los parámetros de la superficie de fluencia "cap" se determinaron siguiendo el procedimiento descrito en la Sección 3.2.2. En la Figura 8 se presenta una de las curvas que muestran la relación entre la presión axial y radial en función de la deformación axial, correspondiente a un ciclo de carga y descarga de un ensayo oedométrico realizado con una presión máxima de $500 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$.

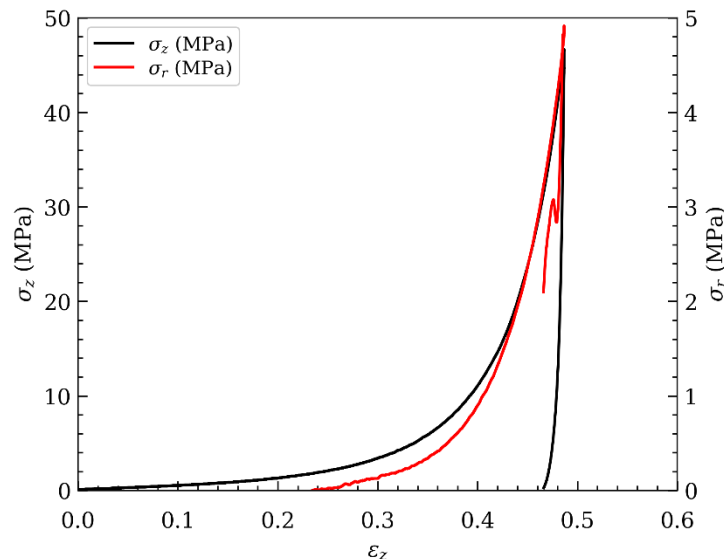


Figura 8. Curva de carga-descarga realizada con el molde instrumentado a $500 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$ de presión máxima.

Se observa que, a medida que aumenta el desplazamiento, tanto la tensión ejercida sobre el polvo como la ejercida por el polvo sobre las paredes del molde aumentan de manera exponencial. Una vez alcanzada la presión máxima de prensado, se inicia la etapa de descarga de la tensión axial, lo que también provoca una disminución de la presión radial. Además, en esta figura se puede identificar un pequeño salto en la curva de tensión radial durante la descarga. Este fenómeno se debe a que, debido al diseño del molde instrumentado, el vástago que transmite la fuerza lateral del polvo a la célula de carga puede quedar ligeramente bloqueado en el agujero pasante del molde debido a la introducción de una pequeña cantidad de polvo entre el vástago y la camisa durante el prensado. Sin embargo, este desajuste no afecta a la determinación de los parámetros de la superficie de fluencia "cap".

Por lo tanto, mediante el ensayo oedométrico es posible calcular los parámetros de la superficie de fluencia "cap" utilizando las ecuaciones (11)-(15). Cabe señalar que, mediante un análisis volumétrico, es posible relacionar la deformación axial del polvo (ϵ_z) con su densidad. En las Figuras 9 y 10 se muestra la evolución de los parámetros p_a , p_b y R en función de la densidad aparente. En caso de necesitar simular situaciones con densidades fuera del rango mostrado en ambas figuras, sería necesario realizar una extrapolación.

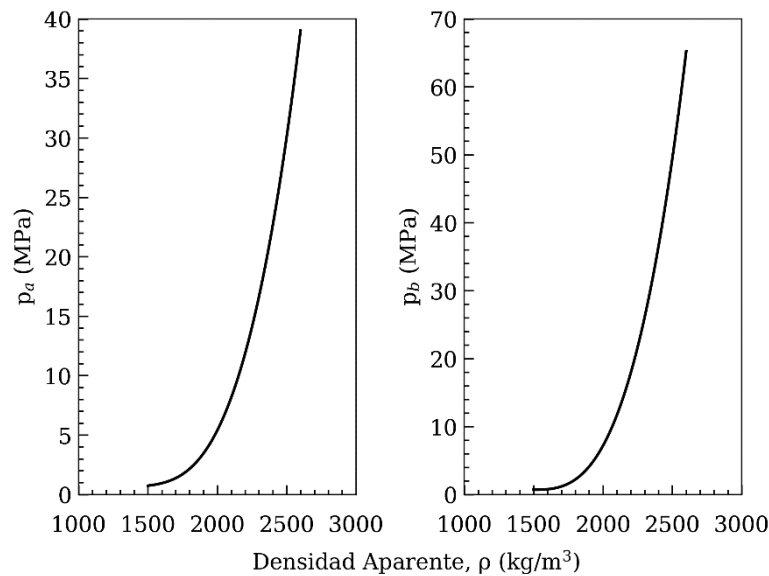


Figura 9. Valores de los parámetros p_a y p_b en función de la densidad aparente del polvo.

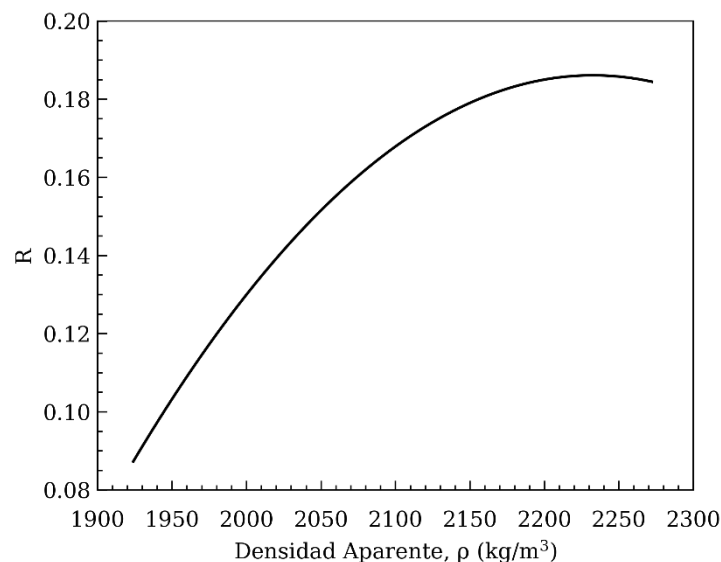


Figura 10. Valores del parámetro R en función de la densidad aparente del polvo.

4.3. Obtención de los parámetros elásticos

Los parámetros elásticos se obtuvieron siguiendo el procedimiento descrito en la Sección 4.2.3. Tanto el módulo de Young (E) como el coeficiente de Poisson (ν) se determinaron a partir de los datos de descarga obtenidos en el ensayo oedométrico. Debido a las oscilaciones observadas en las curvas de descarga, causadas por el ligero bloqueo del vástago del molde, para calcular los parámetros elásticos se deben emplear las ecuaciones (16) y (17) exclusivamente en el intervalo de descarga previo al rebote.

La Figura 11 muestra la evolución de los parámetros elásticos en función de la densidad aparente, obtenidos a partir de los cuatro ensayos oedométricos realizados por duplicado. Es importante destacar que la densidad aparente correspondiente a cada par de parámetros elásticos se refiere a la densidad más alta alcanzada durante el ensayo oedométrico. En la figura

se puede observar que, a medida que aumenta la densidad aparente del polvo, también se incrementa el margen de error en la predicción de los parámetros elásticos. En cuanto al módulo de Poisson, los valores obtenidos, inferiores a 0,1, resultan inesperadamente bajos en todos los casos, lo que se atribuye a la baja presión radial ejercida por el polvo sobre el molde (ver Figura 8).

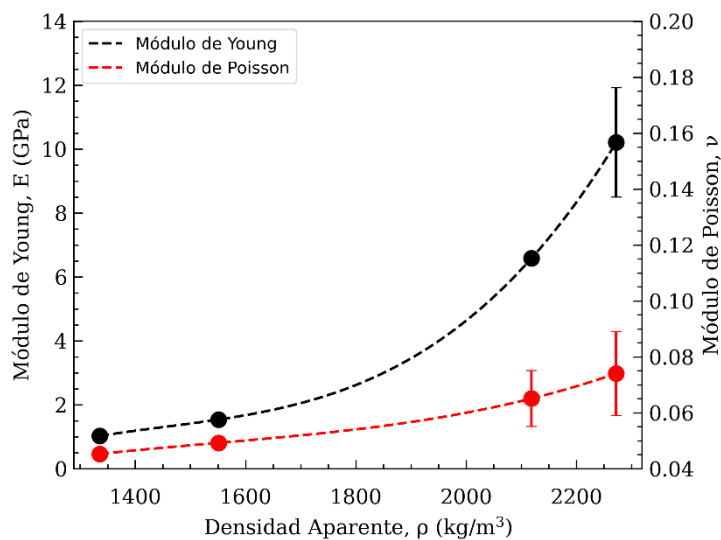


Figura 11. Valores de los parámetros elásticos (E, ν) en función de la densidad aparente del polvo.